Multiaxiales Betonmodell – MaBet

Ein experimentell gestütztes Materialmodell für Beton unter quasi-statischer Beanspruchung

Fritz D. Vogdt[1*]

[1]*Technische Universität Berlin, Institut für Bauingenieurwesen, Statik und Dynamik*

Kurzfassung

Versagenssimulationen von Betonbauteilen unter mehrdimensionalen Beanspruchungen sind bis heute eine Herausforderung. Eine Vielzahl bisheriger Materialmodelle ist aus theoretischer Sicht bereits für eine Simulation von Betonkonstruktionen bis zum Versagen geeignet. Häufig beschränkt sich ihre Anwendung aber auf die rechnerische Bestätigung bekannter Versuche, da sie einer belastungsartspezifischen Anpassung von – zum Teil auch nichtphysikalischen – Materialparametern bedürfen. Insbesondere bei dreidimensionalen Materialmodellen wird dieses Problem dadurch verursacht, dass der gegenseitige Einfluss der Belastungen und Verformungen auf die mechanischen Eigenschaften aller Richtungen zu großen Teilen vernachlässigt wird. Zwar berücksichtigen Versagensflächen Festigkeitsunterschiede für unterschiedliche Spannungszustände zuverlässig, aber die Evolution der plastischen Verzerrungen und der Schädigungen in den einzelnen Richtungen wird sehr stark vereinfacht.

Ziel des aktuellen Forschungsvorhabens ist es, ein allgemeingültiges, vom Belastungszustand unabhängiges Materialmodell zu entwickeln, das nur auf baupraktisch übliche Materialkenngrößen zurückgreift. Uni-, bi- und triaxiale Betondruckversuche mit Be- und Entlastung werden hinsichtlich der plastischen Verzerrungszustände und der orthotropen Schädigungszustände ausgewertet. Die daraus abgeleiteten Evolutionsgleichungen der Plastizität und der Schädigung werden ausschließlich in Abhängigkeit experimentell messbarer Zustandsvariablen formuliert. Auf diese Weise wird die Kalibrierung des Materialmodells an Materialversuche physikalisch nachvollziehbar. Die Evolutionsgleichungen werden als Materialroutine in ein Finite-Elemente-Programm integriert und an durchgeführten Traglastversuchen verifiziert.

1. Einleitung

Nichtlineare Materialmodelle für Beton haben eine besondere Bedeutung für die realitätsnahe Simulation der Beanspruchungs- und Versagenszustände von tragenden Konstruktionen im Rahmen der Finiten-Elemente-Methode. Die vorhandenen numerischen Verfahren erreichten vor 10 bis 15 Jahren einen Stand, der aus theoretischer Sicht für eine Simulation von Betonkonstruktionen bis zum Versagen ausreichend ist [1]. Trotz des offensichtlichen theoretischen Fortschritts bleiben die Anwendungsfälle dieser Verfahren allerdings auf die rechnerische Bestätigung weniger bekannter Versuche beschränkt.

Einschränkungen vorhandener Materialmodelle werden schon an einem einfachen uniaxialen Würfeldruckversuch deutlich. Eine Simulation dieses Versuches liefert zwar in Belastungsrichtung ein richtiges Kraft-Verformungs-Diagramm. In die Querrichtungen aber werden Verformungen meistens durch stark vereinfachende Annahmen ermittelt, wie beispielsweise der Volumenkonstanz oder konstanter Dilatanz. In Belastungsrichtung wird der Druckbruch von Beton suggeriert, obwohl das Versagen im Experiment durch Querzugrisse zustande kommt. Diese Längsrisse und ihr Einfluss auf die Festigkeit und Steifigkeit des Materials in den Querrichtungen können in der Simulation nicht zuverlässig vorhergesagt werden. Somit ist der simulierte physikalische Zustand grundsätzlich falsch, obwohl die Traglast und die Verformung in Belastungsrichtung realitätsnah abgebildet werden können.

**Vortragender Autor: f.vogdt@tu-berlin.de*

Solche Modelle sind zwar für Bauteile geeignet, in denen das uniaxiale Verhalten von Beton maßgebend ist, wie beispielsweise bei Biegung. Versagenssimulationen unter dreidimensionalen Beanspruchungen sind aber bis heute eine Herausforderung, da die gegenseitige Beeinflussung der Belastungen und Verformungen in die unterschiedlichen Richtungen unklar ist.

2. Klassische Materialmodelle für Beton

Aus mechanischer Sicht offenbart der stark heterogene Werkstoff Beton unter Beanspruchung Merkmale, die charakteristisch sind für duktile Werkstoffe (Plastizität), insbesondere unter Druckbeanspruchung, und für spröde Werkstoffe (Rissbildung und Schädigung) sowohl unter Druckbeanspruchung, als auch Zugbeanspruchung. Daher wird im Folgenden die elasto-plastische Schädigungstheorie beschrieben, die sich aus den grundlegenden Materialtheorien, der Plastizitätstheorie und der Schädigungstheorie, zusammensetzt.

Die Grundannahme der klassischen Plastizitätstheorie liegt in der Annahme, dass sich der linearisierte Verzerrungstensor $\boldsymbol{\varepsilon}$ in einen elastischen und einen plastischen Anteil zerlegen lässt:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{el} + \boldsymbol{\varepsilon}^{pl}. \tag{1}$$

In der Schädigungstheorie wird beispielsweise nach [2] der Nachgiebigkeitstensor $\mathbb{D}$ in einen Nachgiebigkeitstensor $\mathbb{D}^0$ des ungeschädigten Materials und einen Schädigungsnachgiebigkeitstensor $\mathbb{D}^{da}$ aufgeteilt:

$$\mathbb{D} = \mathbb{D}^0 + \mathbb{D}^{da}. \tag{2}$$

Ziel der Materialmodelle ist es, für einen vorgegebenen Verzerrungszustand $\boldsymbol{\varepsilon}$ den gesuchten Spannungszustand $\boldsymbol{\sigma}$ zu ermitteln. Die Spannungs-Verzerrungsbeziehung lautet mit den Gleichungen (1) und (2)

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{D}^{-1} : \boldsymbol{\varepsilon}^{el} = [\mathbb{D}^0 + \mathbb{D}^{da}]^{-1} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{pl}). \tag{3}$$

Sie ist in Abbildung 1, links, schematisch dargestellt.

Sowohl die Plastizitätstheorie, als auch die Schädigungstheorie setzten sich aus vier Bausteinen zusammen. Diese sind die Fließ- bzw. Schädigungsflächen, die Ver- bzw. Entfestigungsregeln, die Versagensflächen, und die Fließ- bzw. Schädigungsregeln.

Die Fließ- bzw. Schädigungsflächen $f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha})$ trennen den dreidimensionalen Spannungsraum in elastisch zulässige und unzulässige Spannungszustände auf. Die Menge der zulässigen Spannungszustände ist durch den elastischen Bereich E definiert:

$$E := \{(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}) | f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}) \leq 0\}. \tag{4}$$

In Gleichung (4) sind die Größen $\boldsymbol{\alpha}$ die Ver- bzw. Entfestigungsvariablen. Sie beschreiben in einem aktuellen Zustand eine bereits erfolgte Verfestigung des Materials. Die Entwicklung der Variablen $\boldsymbol{\alpha}$ wird durch die Ver- bzw. Entfestigungsregeln definiert. Diese Regeln werden üblicherweise an uniaxiale, monotone Materialversuchskurven angepasst, da diese häufig die einzigen experimentellen Versuchsdaten sind, die zur Verfügung stehen.

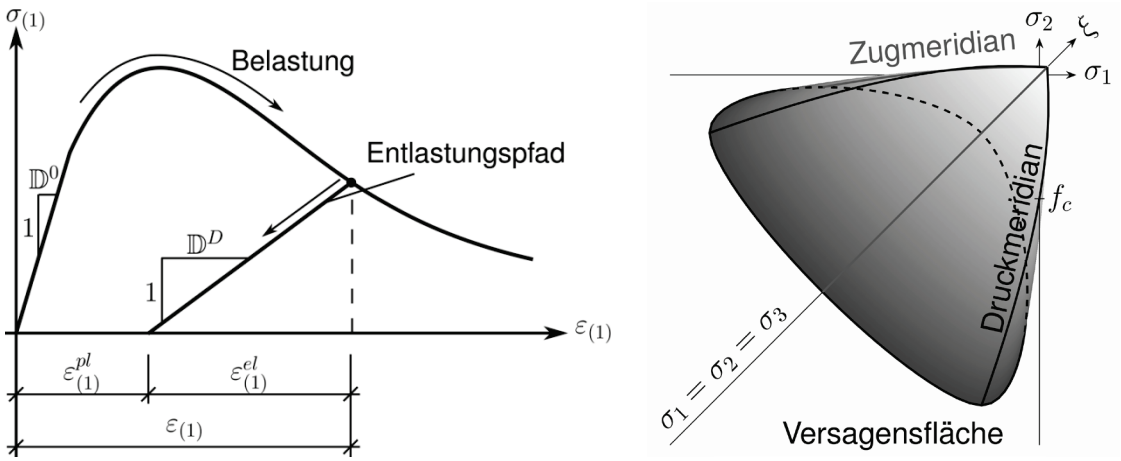

Abbildung 1: Steifigkeitsverlust und bleibende Verzerrungen in der kombinierten elasto-plastischen Schädigungstheorie (links); Versagensfläche nach [3]

Unter der Annahme, dass das mehrachsige Materialverhalten dem uniaxialen ähnlich ist, wird das uniaxiale Materialverhalten über äquivalente, uniaxiale Spannungszustände künstlich auf das mehrachsige Verhalten projiziert. Diese Projektion erfolgt durch Versagensflächen $F(\boldsymbol{\sigma})$. In Abbildung 1, rechts, ist exemplarisch die Versagensfläche nach [3] dargestellt, die die erhöhte Traglastkapazität von Beton unter mehrachsigen Druck sehr gut wiedergibt. Sie wird durch folgende Gleichung (5) mithilfe der Haigh-Westergaard-Koordinaten ξ, ρ und θ beschrieben:

$$F(\boldsymbol{\sigma}) = F(\xi,\rho,\theta) = \frac{3}{2}\left[\frac{\rho r(\theta)}{f_c}\right]^2 + \frac{m}{f_c}\left[\frac{\xi}{\sqrt{3}} + \frac{\rho r(\theta)}{\sqrt{6}}\right] - 1 = 0$$

mit

$$r(\theta) = \frac{4(1-e^2)\cos^2(\theta)+(2e-1)^2}{2(1-e^2)\cos(\theta)+(2e-1)\sqrt{4(1-e^2)\cos^2\theta+5e^2-4e}} \text{ und } m = 3\,\frac{f_c^2-f_t^2}{f_c f_t}\frac{e}{e+1}\,. \tag{5}$$

In der Regel werden die Fließ- bzw. Schädigungsflächen $f(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\alpha})$ aus Gleichung (4) für Beton aus den Versagensflächen $F(\boldsymbol{\sigma})$ nach Gleichung (5) hergeleitet. In [4] lautet beispielsweise der Ausdruck der Fließfläche

$$f(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\alpha}) = f(\xi,\rho,\theta,\boldsymbol{\alpha}) = \frac{3}{2}\left[\frac{\rho r(\theta)}{\alpha_1 f_c}\right]^2 + \frac{m}{f_c}\left[\frac{\xi}{\sqrt{3}\alpha_1} + \frac{\rho r(\theta)}{\sqrt{6}\alpha_1}\right] - \alpha_2 = 0. \tag{6}$$

Der letzte Baustein, die Fließ- bzw. Schädigungsregel, liefert die Änderung der plastischen Verzerrungen $\dot{\varepsilon}^{pl}$ bzw. die Änderung des Schädigungsnachgiebigkeitstensors $\dot{\mathbb{D}}^{da}$:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \gamma^{pl}\boldsymbol{r}^{pl}(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\alpha}), \tag{7}$$

$$\dot{\mathbb{D}}^{da} = \gamma^{da}\boldsymbol{r}^{da}(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\alpha}) \tag{8}$$

In den Gleichungen (7) und (8) geben die Werte γ den Betrag der plastischen Verzerrungs- bzw. Schädigungsänderung an. Aus den Vektorfunktionen $\boldsymbol{r}$ ergibt sich das Verhältnis der jeweiligen Änderungen in die unterschiedlichen Raumrichtungen. In [4] wird die Funktion $\boldsymbol{r}^{pl}$ aus einer Fließpotentialfunktion $g(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\alpha})$ abgeleitet:

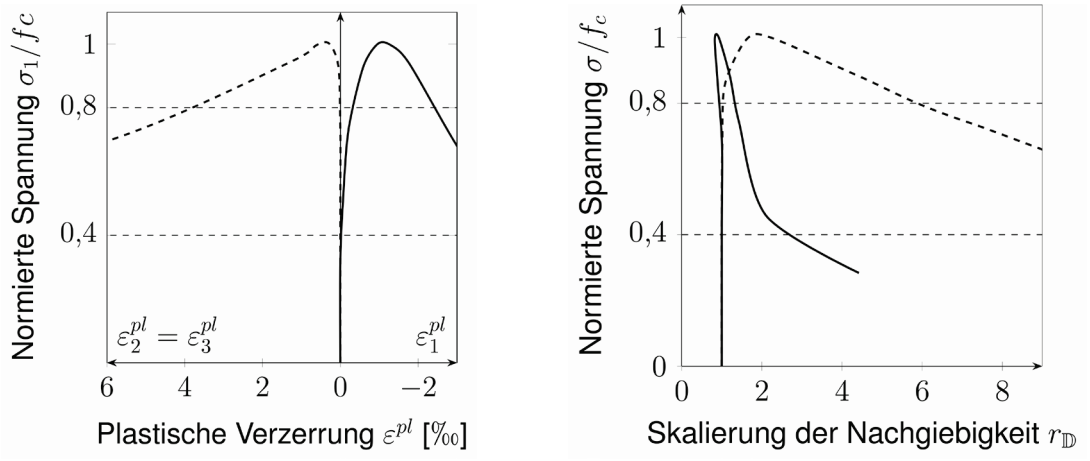

Abbildung 2: Entwicklungen der plastischen Verzerrungen und der Nachgiebigkeiten im uniaxialen Druckversuch aus [5]

$$r(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\alpha}) = \frac{\partial g(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\alpha})}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$$

mit

$$g(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\alpha}) = A\left(\frac{\rho}{\alpha_1\sqrt{\alpha_2}f_c}\right)^n + \left[C + \frac{1}{2}(B-C)(1-\cos(3\theta))\right]\frac{\rho}{\alpha_1\sqrt{\alpha_2}f_c} - a\,. \tag{9}$$

In Tabelle 1 sind die Materialparameter exemplarisch für das Modell von [4] zusammengestellt. Diese setzen sich aus sieben physikalisch nachvollziehbaren und sieben nicht physikalischen Parametern zusammen.

Tabelle 1: Parameter eines klassischen Modells

Physikalisch	**Numerischer Parameter der**
Elastizitätsmodul E_c	Ver-/Entfestigungsregel t
Querdehnzahl ν_c	Ver-/Entfestigungsregel λ_t
Druckfestigkeit f_c	Versagensfläche e
Zugfestigkeit f_t	Fließregel A
Bruchstauchung ε_c	Fließregel B
Elastizitätsgrenze $f_{c0} \approx 0{,}4\, f_c$	Fließregel C
Bruchenergie G_f	Fließregel n

Die bestimmenden Größen der Materialmodelle zur Abbildung des nichtlinearen Materialverhaltens von Beton sind die plastischen Verzerrungen $\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}$, und die Zunahme der Nachgiebigkeit $\mathbb{D}^{da}$ infolge Schädigung. In Belastungsversuchen ohne Entlastung sind diese nicht identifizierbar. In Versuchen mit Ent- und Wiederbelastung hingegen können plastische Verzerrungen $\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}$ anhand der entlasteten Zustände und die reduzierten Steifigkeiten anhand der Wiederbelastungspfade identifiziert werden. Für dreidimensionale Materialmodelle sind dabei Verzerrungsmessungen in allen drei Probenrichtungen erforderlich. Entsprechende Versuchsdaten sind bislang allerdings nur in [5] dokumentiert. In Abbildung 2, links, sind die plastischen Verzerrungsentwicklungen der Belastungsrichtung und der Querrichtungen eines uniaxialen Versuches aus [5] dargestellt. Abbildung 2, rechts, zeigt die Nachgiebigkeitszunahme durch Schädigung in den entsprechenden Richtungen. Wegen der fehlenden Versuchsdaten ist eine Anpassung der Fließ- bzw. Schädigungsregeln klassischer Materialmodelle, wie beispielsweise Gleichung (6), an die in Abbildung 2 dargestellten Entwicklungen meistens nicht vorgesehen. Daher wird schon bei der Simulation von uniaxialen

Druckbelastungsversuchen die erhöhte Schädigung durch innere Querzugkräfte häufig vernachlässigt, die im Versuch beobachtet wird (Abbildung 2). Dieser Umstand führt oft zu einer falschen Abschätzung des gegenseitigen Einflusses der einzelnen Richtungen hinsichtlich ihres Verformungsverhaltens und ihrer mechanischen Eigenschaften. Insbesondere unter triaxialen Belastungszuständen kann die Schädigungsentwicklung der unterschiedlichen Richtungen durch die angenommene Projektion des uniaxialen Materialverhaltens auf mehrachsige Zustände nicht mehr korrekt wiedergegeben werden. In der Regel wird dieses Problem über eine Anpassung der Materialparameter an die jeweiligen Belastungszustände gelöst. Für die Bemessung komplexer Bauteile ist dieses Vorgehen aber unpraktikabel.

3. Herleitung und Umsetzung experimentell basierter Evolutionsregeln

Ziel des vorliegenden Forschungsvorhabens ist die direkte, experimentelle Ermittlung der Fließ- bzw. Schädigungsregeln für ein neues Materialmodell für Beton anhand von Würfeldruckversuchen aus [5].

3.1 Evolution der plastischen Verzerrungen

Die Versuche wurden zunächst hinsichtlich der plastischen Verzerrungsentwicklung $\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}$ in den einzelnen Belastungszyklen ausgewertet. In den Abbildungen 4 sind die plastischen Verzerrungen der Hauptrichtungen (i) in Abhängigkeit der Verfestigungsvariablen $q^c_{(i)}$ bzw. $q^t_{(i)}$ dargestellt. Die Variable $q^c_{(i)}$ gibt die maximalen Stauchungen und $q^t_{(i)}$ die maximalen Dehnungen des Gesamtverzerrungszustandes $\boldsymbol{\varepsilon}$ in seinen jeweiligen Hauptrichtungen (i) wieder, die bis zu einem aktuell betrachteten Zustand zum Zeitpunkt t_k aufgetreten sind:

$$q^c_{(i)} = \min_{0 \le t \le t_k} \varepsilon_{(i)}(t) \tag{10}$$

$$q^t_{(i)} = \max_{0 \le t \le t_k} \varepsilon_{(i)}(t) \tag{11}$$

Die Gleichungen (10) und (11) sind die Verfestigungsregeln. Sowohl die plastischen Verzerrungen $\varepsilon^{pl}_{(i)}$, als auch die Verfestigungsvariablen $q^c_{(i)}$ und $q^t_{(i)}$ sind somit experimentell messbare Größen (Abbildung 3). Obwohl es sich um unterschiedliche uni-, bi- und triaxiale Würfeldruckversuche handelt, ergeben sich bei allen Versuchen sehr ähnliche Evolutionen der plastischen Verzerrungszustände (Abbildung 4), die durch die folgenden Fließregeln beschrieben werden:

$$\varepsilon^{pl}_{(i)}\left(q^c_{(i)}\right) = q^c_{(i)} + \kappa_c \left[1 - \exp\left(\frac{1}{\kappa_c} q^c_{(i)}\right)\right] \tag{12}$$

$$\varepsilon^{pl}_{(i)}\left(q^t_{(i)}\right) = \kappa_t\left(q^t_{(i)} - \varepsilon^{pl}_0\right) \tag{13}$$

Die Gleichungen (10) bis (13) werden in einer Materialroutine eines Finite-Elemente-Programms umgesetzt, um für gegebene Verzerrungszustände $\boldsymbol{\varepsilon}$ die plastischen Verzerrungszustände $\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}$ zu ermitteln. Diese werden in Gleichung (3) benötigt, um den gesuchten Spannungszustand $\boldsymbol{\sigma}$ zu berechnen.

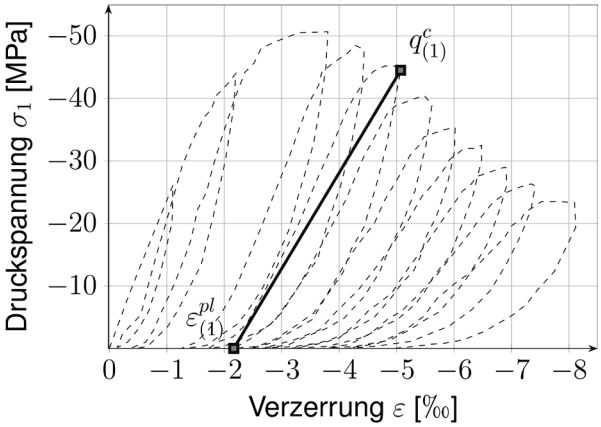

Abbildung 3: Experimentelle Ermittlung der Verfestigungsvariablen $q^c_{(1)}$ und der plastischen Verzerrung $\varepsilon^{pl}_{(1)}$ in einem exemplarischen, biaxialen Druckversuch aus [5] mit dem Spannungsverhältnis $\sigma_1/\sigma_2/\sigma_3 = 1/0{,}05/0$

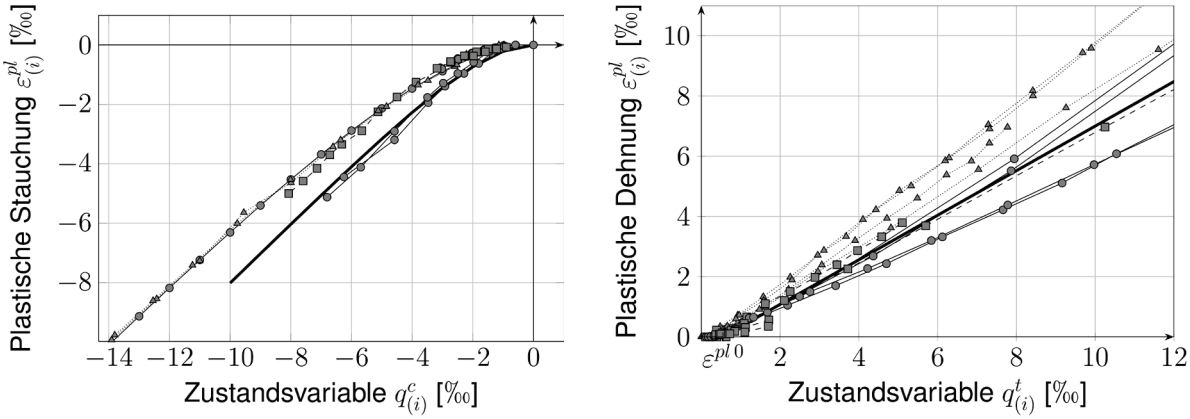

Abbildung 4: Entwicklungen der plastischen Verzerrungen in uni- (●), bi- (■) und triaxialen (▲) Druckversuchen aus [5] und Vergleich mit den Evolutionsansätzen (▬)

3.2 Evolution der Schädigung

Um die orthotrope Nachgiebigkeit des geschädigten Betons abbilden zu können, wird ein Ansatz aus [6] übernommen. Darin wird die Nachgiebigkeit in einzelnen Richtungen (i) durch Schädigungsvariablen $\Phi_{(i)}$ folgendermaßen erhöht:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon^{el}_{(1)} \\ \Delta\varepsilon^{el}_{(2)} \\ \Delta\varepsilon^{el}_{(3)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi^2_{(1)}\dfrac{1}{E_c} & \Phi_{(1)}\Phi_{(2)}\dfrac{-\nu_c}{E_c} & \Phi_{(1)}\Phi_{(3)}\dfrac{-\nu_c}{E_c} \\ \Phi_{(1)}\Phi_{(2)}\dfrac{-\nu_c}{E_c} & \Phi^2_{(2)}\dfrac{1}{E_c} & \Phi_{(2)}\Phi_{(3)}\dfrac{-\nu_c}{E_c} \\ \Phi_{(1)}\Phi_{(3)}\dfrac{-\nu_c}{E_c} & \Phi_{(2)}\Phi_{(3)}\dfrac{-\nu_c}{E_c} & \Phi^2_{(3)}\dfrac{1}{E_c} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_{(1)} \\ \Delta\sigma_{(2)} \\ \Delta\sigma_{(3)} \end{Bmatrix} \tag{14}$$

Mithilfe von Gleichung (14) und den in Abbildung 5 dargestellten Spannungs- $\Delta\boldsymbol{\sigma}$ und Verzerrungsänderungen $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^{el}$ der Wiederbelastungen ist eine experimentelle Ermittlung der drei Schädigungsvariablen $\Phi_{(i)}$ möglich.

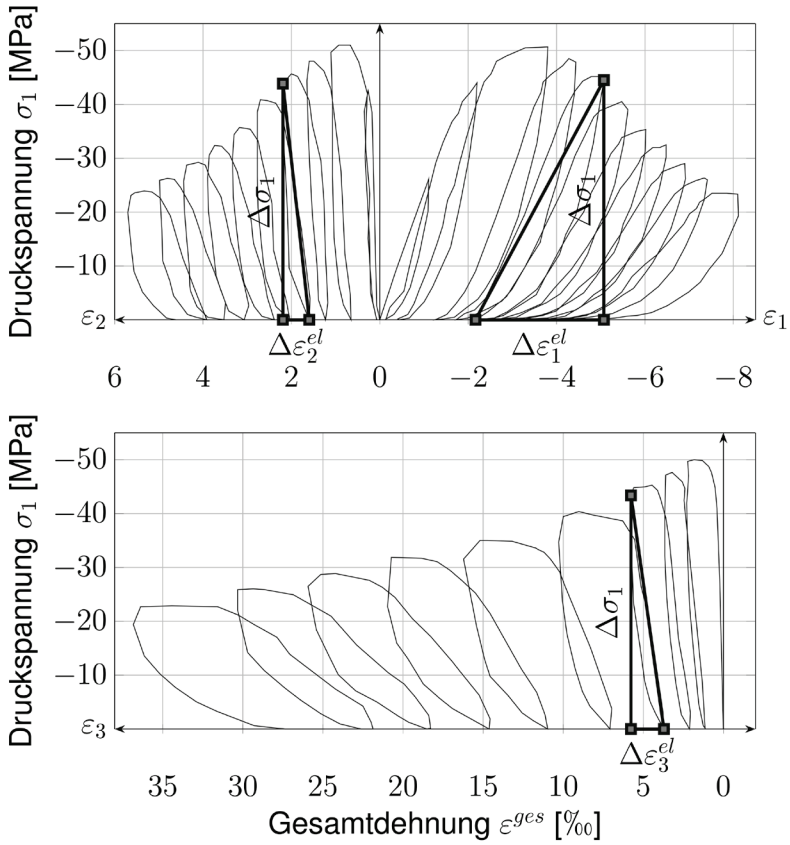

Abbildung 5: Spannungs- und Verzerrungsänderungen in den Wiederbelastungen eines biaxialen Druckversuches aus [5] mit dem Spannungsverhältnis $\sigma_1/\sigma_2/\sigma_3 = 1/0{,}05/0$

Durch eine Kopplung der Schädigungsregeln an die Fließregeln (Gleichungen (12) und (13)) wird die Definition weiterer Modellparameter vermieden. Mit einem Kopplungsparameter β nach [7] bzw. [2] lautet die Schädigungsregel für eine Richtung (i), in der der Beton gestaucht wird,

$$\Phi_{(i)}\left(q_{(i)}^{c}\right) = \sqrt{\frac{\left(\varepsilon_{(i)}^{pl} - q_{(i)}^{c}\right)(1-\beta)}{\left(\varepsilon_{(i)}^{pl} - q_{(i)}^{c}\right) + \beta q_{(i)}^{c}}} \tag{15}$$

und ist in Abbildung 6, links den Versuchsdaten aus [5] gegenübergestellt. Die Schädigungsentwicklungen der uni- und biaxialen Versuche werden gut erfasst. Die Kopplung der Schädigungsevolution an die Plastizität führt zu einer deutlichen Überschätzung der Schädigung bei triaxialen Druckversuchen. Daher wird die Anwendung der vorgestellten Evolutionsregeln zum gegebenen Zeitpunkt auf Versuche mit hauptsächlich uni- und biaxialen Belastungszuständen beschränkt.

Abbildung 6, rechts zeigt die Entwicklung der Schädigungsvariablen $\Phi_{(j)}$ für Richtungen (j), in denen die Betonproben durch innere Querzugspannungen gedehnt werden. Die Schädigungsregel für Richtungen (j) wird linear an den Schädigungszustand der Stauchungsrichtungen (i) gekoppelt. In Richtungen (j), in denen die Probe unbelastet ist, können Rissöffnungen ungehindert auftreten. Wird die Probe in Richtungen (j) durch äußeren Druck gestützt, so wird das Risswachstum und die damit verbundene Schädigung reduziert.

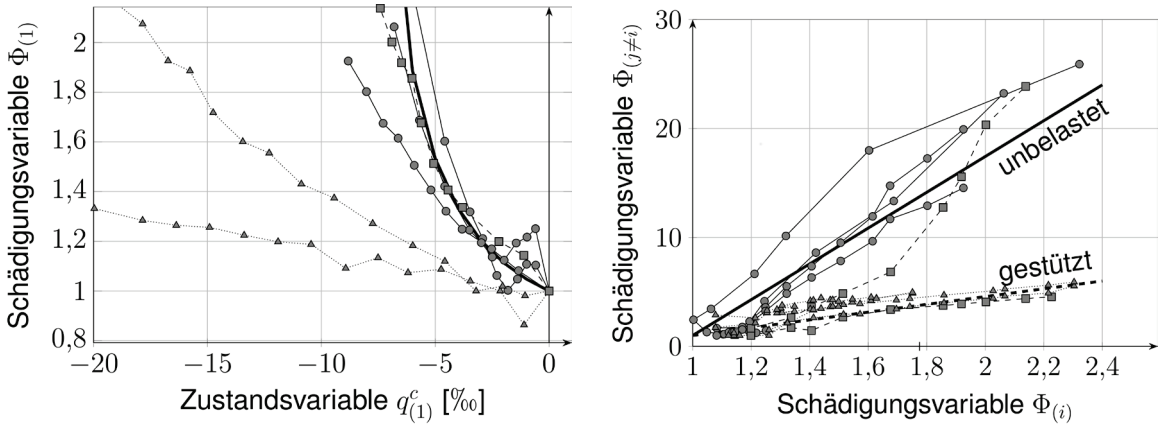

Abbildung 6: Entwicklungen der Schädigungsvariablen $\Phi_{(i)}$ in uni- (●), bi- (■) und triaxialen (▲) Druckversuchen aus [5] und Vergleich mit den Evolutionsansätzen (▬)

Die Schädigungsregel für Richtungen in die der simulierte Beton gedehnt wird lautet:

$$\Phi_{(j\neq i)} = \begin{Bmatrix} 10\ \Phi_{(i)}, & \text{für unbelastete Richtungen } (j) \\ 2\ \Phi_{(i)}, & \text{für gestützte Richtungen } (j) \end{Bmatrix} \tag{16}$$

Mit den Gleichungen (14) bis (16) wird die orthotrope Nachgiebigkeit $\mathbb{D}$ des geschädigten Betons berechnet. Mit dem plastischen Verzerrungszustand $\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}$ aus Abschnitt 3.1 kann der Spannungszustand $\boldsymbol{\sigma}$ mit Gleichung (3) ermittelt werden.

4. Erprobung der implementierten Evolutionsregeln

Die experimentell basierten Fließ- und Schädigungsregeln werden in diesem Abschnitt auf zwei Materialversuche und einen Bauteilversuch angewendet. Zunächst werden die Parameter der Evolutionsregeln an einem uniaxialen Würfeldruckversuch aus [5] kalibriert. Die resultierenden Parameter sind in Tabelle 2 zusammengestellt, die resultierende Spannungs-Verzerrungskurve ist in Abbildung 7 der entsprechenden Versuchskurve aus [5] gegenübergestellt.

Tabelle 2: Parameter der Evolutionsregeln

Bezeichnung	Wert
Elastizitätsmodul E_c	35 000 MPa
Querdehnzahl ν_c	0,2
Druckfestigkeit f_c	42 MPa
Kopplungsparameter β	0,25
Par. in Fließregel κ_c	2 ‰
Par. in Fließregel κ_t	0,85
Par. in Fließregel ε_0^{pl}	0,5 ‰

Im Vorbruchbereich sind die Simulations- und die Versuchskurve annähernd identisch. Die Entwicklung sowohl der Neigungen der Wiederbelastungspfade, als auch der plastischen Verzerrungen werden im gesamten Versuch in der Belastungsrichtung und in den Querrichtungen sehr gut abgebildet. Eine geringfügige Unterschätzung der plastischen Stauchungen in Belastungsrichtung (1) führt zu einer Überschätzung der Druckspannungen im Nachbruchbereich. Die großen Dehnungen durch Rissöffnungen in den Querrichtungen werden durch das orthotrope Schädigungsgesetz sehr gut abgebildet.

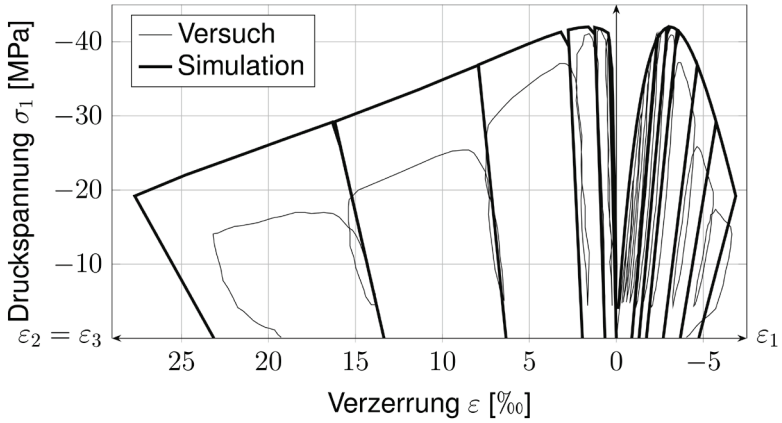

Abbildung 7: Vergleich der Spannungs-Verzerrungskurven eines uniaxialen Druckversuches 2B2-4 aus [5] mit den Simulationskurven

In Abbildung 8 ist der Vergleich der Simulation mit einem biaxialen Würfeldruckversuch aus [5] dargestellt. Das Spannungsverhältnis in diesem Versuch betrug $\sigma_1/\sigma_2/\sigma_3 = 1/0{,}05/0$. Sämtliche Modellparameter aus Tabelle 2 bleiben unverändert, um die Unabhängigkeit der Parameter von den Belastungszuständen zu prüfen.

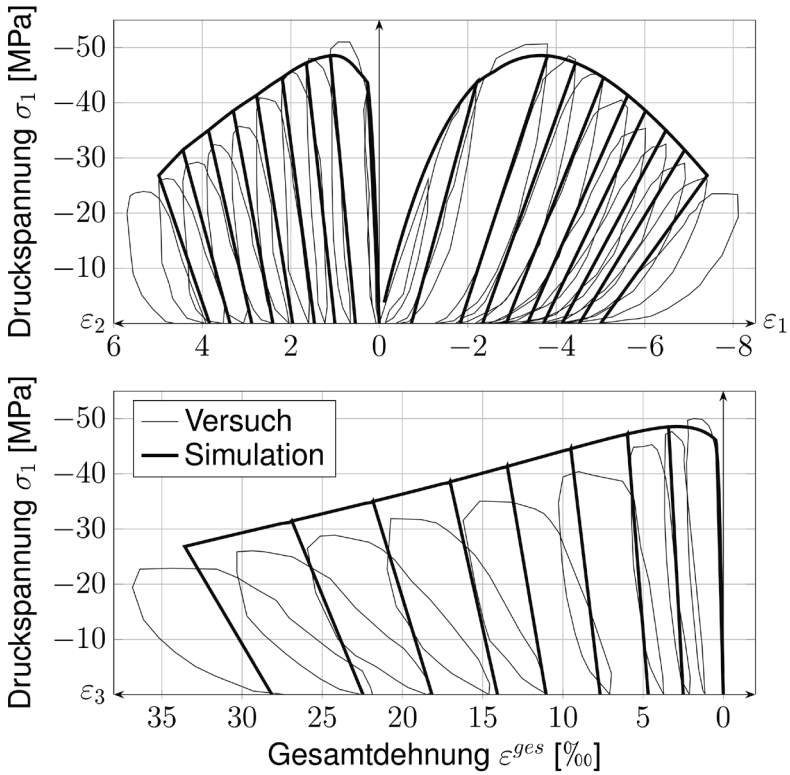

Abbildung 8: Vergleich der Spannungs-Verzerrungskurven eines biaxialen Druckversuches aus [5] (Spannungsverhältnis $\sigma_1/\sigma_2/\sigma_3 = 1/0{,}05/0$) mit den Simulationskurven

Der Verlauf der resultierenden Druckspannung σ_1 im Modell stimmt sehr gut mit dem Verlauf im Versuch überein. Die Neigung der linearen Ent- und Wiederbelastungspfade der σ_1-ε_1- und σ_1-ε_2-Kurve im Modell schmiegen sich sehr gut an die linearen Abschnitte der Wiederbelastungspfade des

Versuches an. Die Umhüllende der σ_1-ε_3-Kurve in Abbildung 8, unten, stimmt mit der entsprechenden Versuchskurve gut überein. Allerdings weichen die Neigungen der Wiederbelastungspfade der Simulation und die des Versuches voneinander ab. Trotz der beobachteten Abweichungen wird die Rissöffnung und die Entwicklung der Nachgiebigkeit in der unbelasteten Richtung (3) qualitativ gut abgebildet.

Als Beispiel eines Bauteilversuches mit mehrachsigen Belastungszuständen wird ein Schubversuch an einer Stahlbetonwand aus [8] herangezogen. Dieser ist in Abbildung 9, links, dargestellt. Da ein ähnlicher Beton verwendet wurde, bleiben die Materialmodellparameter aus Tabelle 2 wiederum unverändert. Durch eine vertikale Druckbelastung F_v und eine horizontale Schubbelastung F_h werden in der Scheibendruckzone, unten links, hauptsächlich biaxiale Druckspannungszustände verursacht.

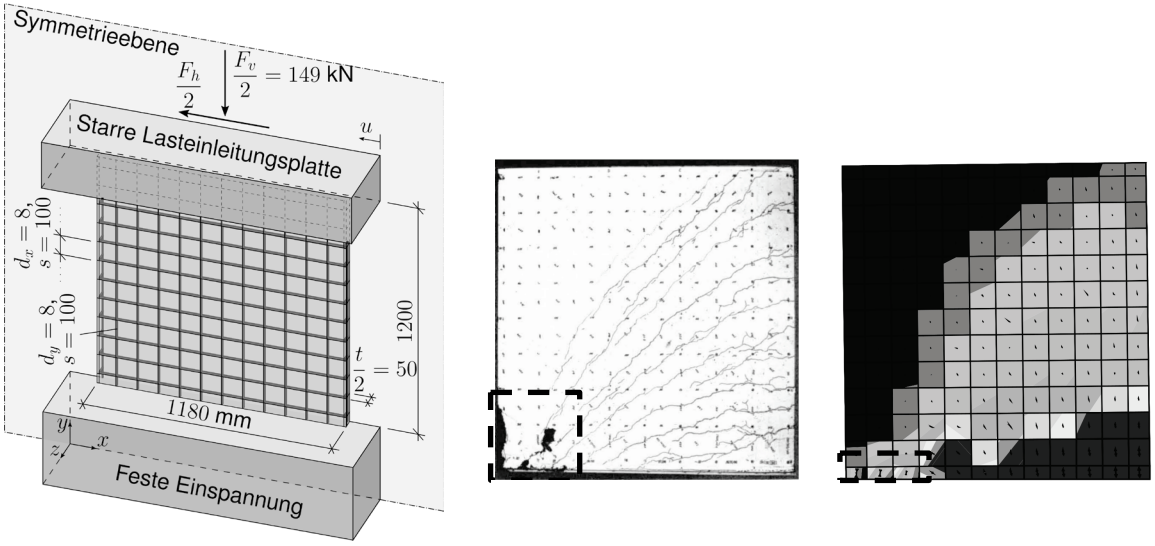

Abbildung 9: Versuchskörper einer Schubwand aus [8] und verwendete Diskretisierung (links); Risbild im Bruchzustand des Versuches (mitte); Rissbild im Bruchzustand der Simulation (rechts)

In Abbildung 10 ist die Last-Verschiebungskurve aus dem Versuch der entsprechenden Simulationskurve gegenübergestellt. Das Rissbild des Versuches im Bruchzustand in Abbildung 9, mitte, kann mit demjenigen der Simulation in Abbildung 9, rechts, verglichen werden.

Zu Beginn der Simulation verhält sich die Schubwand im Vergleich zum Versuch etwas zu steif. Die Traglast und das weitere Last-Verformungsverhalten werden aber sehr gut abgebildet. Zunächst bilden sich sowohl in der Simulation, als auch im Versuch am rechten Zugrand der Wand Risse. Diese zeigen einen gekrümmten Verlauf. Am Zugrand verlaufen sie annähernd horizontal. In Richtung der Scheibendruckzone (unten links) nimmt die Neigung kontinuierlich zu. Kurz vor dem Erreichen der maximalen Traglast bilden sich in der Scheibendruckzone vertikale Risse. Laut [8] kommt es beim Bruch zu einem Druckversagen in einem etwa 25 cm mal 25 cm großen Bereich am unteren Druckrand (Abbildung 9, mitte). In der Simulation ist dieses Risswachstum ebenfalls zu beobachten. Allerdings beschränkt sich das Druckversagen auf die unterste Elementreihe im Modell, die eine Höhe von lediglich 5 cm aufweist (Abbildung 9, rechts). Durch diese sehr lokale Zerstauchung kommt es zu einer Abnahme der Kraft F_h in der Simulation, die im Vergleich zum Versuch zu schnell abläuft. Um den Bereich der lokalen Zerstauchung besser abbilden zu können, sind die Evolutionsansätze zukünftig durch geeignete Regularisierungsmethoden zu ergänzen.

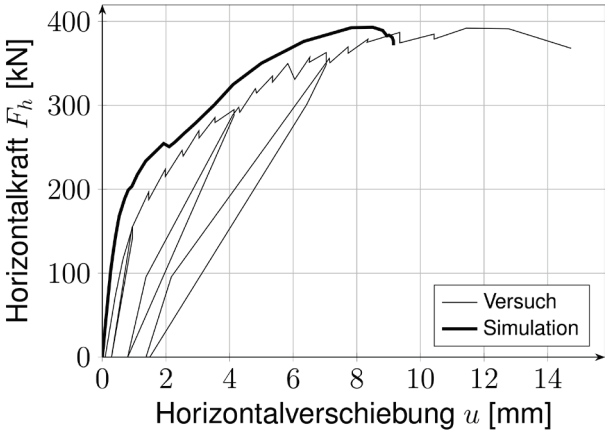

Abbildung 10: Vergleich der Lastverschiebungskurve des Versuches aus [8] mit der Simulation

5. Zusammenfassung und Ausblick

Durch Auswertung von Druckversuchen mit Ent- und Wiederbelastung konnten experimentell basierte Evolutionsansätze für die Schädigung und die Plastizität gefunden werden. In Simulationen von Versuchen, in denen das uni- und biaxiale Materialverhalten maßgebend ist, wurden qualitativ gute Ergebnisse erzielt. Hervorzuheben ist, dass keine Parameteranpassung an unterschiedliche Belastungszustände erfolgte.

Für die Simulation weiterer Belastungszustände an Beton sind die vorgestellten Evolutionsansätze weiterzuentwickeln. Dafür sind zunächst weitere experimentelle Untersuchungen erforderlich, um Unsicherheiten hinsichtlich der orthotropen Schädigungsregeln zu reduzieren.

Basierend auf den Erkenntnissen der vorliegenden Arbeit soll im Rahmen eines eigens initiierten DFG-Forschungsprojektes eine systematische, experimentelle Ermittlung orthotroper Schädigungsvorgänge für verschiedene Spannungsverhältnisse durchgeführt werden. Der Einfluss der Beanspruchung auf die mechanischen Eigenschaften aller Raumrichtungen wird an uni-, bi- und triaxialen Druckversuchen untersucht. Die Experimente beinhalten mehrere Ent- und Wiederbelastungen vor dem Versagen, um die Evolution der inelastischen Verzerrungszustände zu beobachten. Vor jeder Wiederbelastung werden die Probekörper zusätzlich in alle Raumrichtungen durch uniaxialen Druck belastet. Abbildung 11 zeigt, dass mit dieser Art von Versuchen zusätzliche Erkenntnisse über die Rissschließung der Querzugrisse bei rotierender Druckbelastung gewonnen werden. Eine Erweiterung des vorhandenen Schädigungsevolutionsgesetzes durch die gefundene Abhängigkeit soll auch die Berechnung von triaxialen Belastungsversuchen ermöglichen.

Kontinuierliche Dehnungsmessungen mittels faseroptischer Sensoren liefern weitere experimentelle Erkenntnisse über das Dehnungsfeld im Inneren der Betonproben.

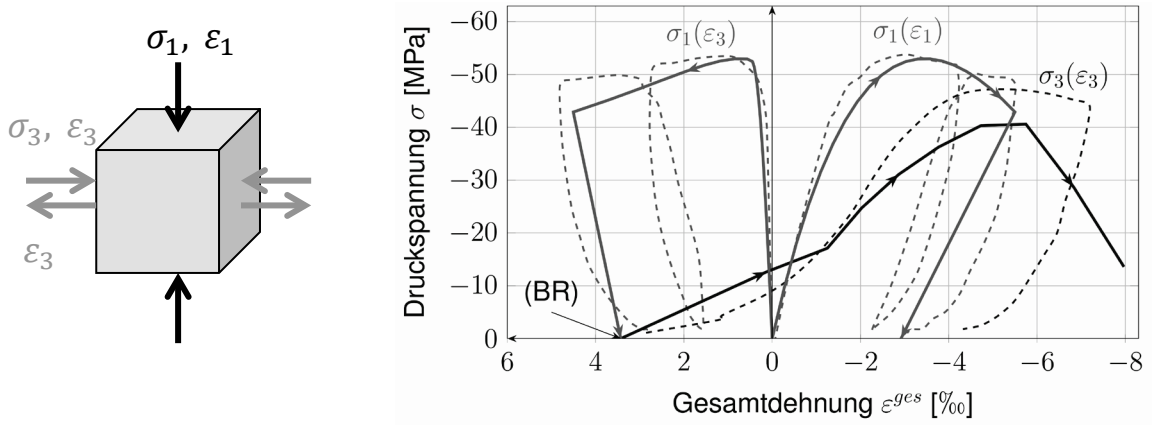

Abbildung 11: Vergleich eines uniaxialen Druckversuches von [5] (---) mit einer Simulation (▬) unter Berücksichtigung der Rissschließung nach Belastungsrotation (BR)

Danksagung

Gefördert durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) – Förderkennzeichen: PE 1181/4-1

Literatur

[1] Mang, H.A. ; Lackner, R. ; Meschke, G. ; Mosler, J.: 3.10 - Computational Modeling of Concrete Structures. In: Karihaloo, I. (Hrsg.) ; Milne, R.O. (Hrsg.) ; Ritchie, B. (Hrsg.): Comprehensive Structural Integrity. Pergamon, Oxford, 2003

[2] Pölling, R: Eine praxisnahe, schädigungsorientierte Materialbeschreibung von Stahlbeton für Strukturanalysen, Ruhr-Universität Bochum, 2000

[3] Etse, G. ; Willam, K.: Fracture Energy Formulation for Inelastic Behavior of Plain Concrete. In: Journal of Engineering Mechanics 120 (1994), Nr. 9, S. 1983-2011.

[4] Cervenka, Jan ; Papanikolaou, Vassilis K.: Three dimensional combined fracture-plastic material model for concrete. In: International Journal of Plasticity 12 (2008), 12, Nr. 24, S. 2192-2220

[5] Mier, Jan G.: Strain-softening of concrete under multiaxial loading conditions, Technische Hogeschool Eindhoven, 1984

[6] Carol, Ignacio ; Rizzi, Egidio ; Willam, Kaspar: On the formulation of anisotropic elastic degradation. I. Theory based on a pseudo-logarithmic damage tensor rate. In: International Journal of Solids and Structures 38 (2001), Nr. 4, 491 - 518.

[7] Meschke, G ; Lackner, R ; Mang, HA: An anisotropic elastoplastic-damage model for plain concrete. In: International Journal for Numerical Methods in Engineering 42 (1998), Nr. 4, S. 703-727

[8] Maier, Johannes ; Thürlimann, Bruno: Bruchversuche an Stahlbetonscheiben. (1985)